

---

# METODOLOGIA

---

Iwona JAŹDŹEWSKA  
Uniwersytet Łódzki

## **DLACZEGO WARTO STOSOWAĆ TEORIĘ GRAFÓW W BADANIACH GEOGRAFII HISTORYCZNEJ? PRZYKŁADY ZASTOSOWANIA**

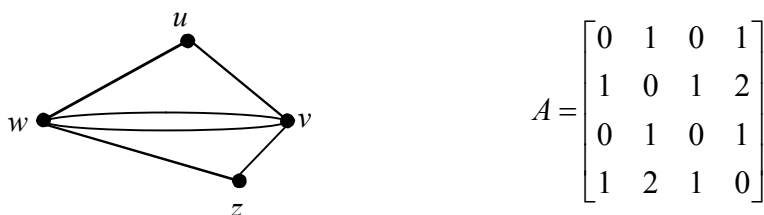
Teoria grafów daje szerokie możliwości zastosowania w wielu dyscyplinach naukowych, w tym również w geografii. Stosowana była najczęściej w geografii transportu (Taylor 1979, Potrykowski, Taylor 1982, Ratajczak 1992, Rydzewski 2001) i osadnictwa (Maik 1979, Zagożdżon 1970, 1979, Jażdżewska 2008). Do badań z zakresu geografii historycznej, w tym kształtowania się osadnictwa, sieci osadniczej, identyfikacji różnych układów morfologicznych osiedli polecał ją w latach 70. XX w. Antoni Zagożdżon (1970). Była ona przez polskich geografów, w tym geografów historycznych, wykorzystywana niezwykle rzadko. Obecne możliwości techniczne, takie jak wykorzystanie materiałów archiwalnych, zdjęć lotniczych i nowoczesne oprogramowanie GIS, stawiają przed badaczami nowe wyzwania metodologiczne.

Dlaczego warto wrócić do teorii grafów w badaniach geografii historycznej? Najprościej odpowiedzieć na pytanie przez przypomnienie definicji grafu<sup>1</sup> i porównanie go z najczęściej analizowanymi zagadnieniami z geografii historycznej.

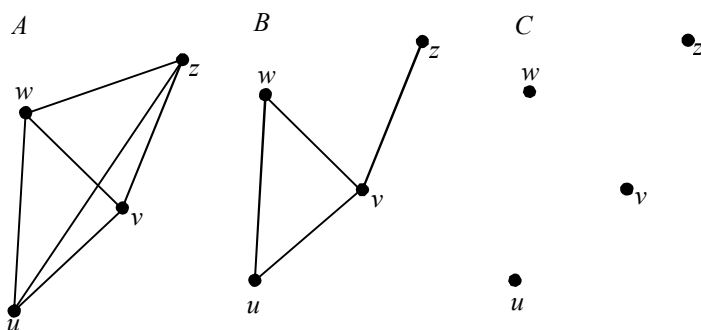
---

<sup>1</sup> Teoria grafów ma bogatą literaturę, prezentującą jej teoretyczne zagadnienia. Należą do nich publikacje Wilsona (2000) oraz Rossa, Wrighta (1999).

**Graf** prosty  $G$  składa się z niepustego zbioru skończonego  $V(G)$ , którego elementy nazywamy **wierzchołkami** (lub węzłami), oraz skończonego zbioru  $E(G)$  różnych par nieuporządkowanych różnych elementów zbioru  $V(G)$ , które nazywamy **krawędziami**. Zbiór  $V(G)$  nazywamy zbiorem wierzchołków, a zbiór  $E(G)$  zbiorem krawędzi grafu  $G$  (Wilson 2000, s. 19). Wierzchołki oznaczamy małymi literami  $u, v, w, z$ , a zbiór wierzchołków  $V(G)$  jest zbiorem  $\{u, v, w, z\}$ . Krawędź łącząca wierzchołki  $v$  i  $w$  oznaczamy symbolem  $\{v, w\}$  lub  $uv$  lub  $e$ . Graf nie uwzględnia własności metrycznych, ale przedstawia pewien zbiór punktów i ich połączeń<sup>2</sup>. Graf można przedstawić (rys. 1) w formie graficznej oraz w postaci macierzy połączeń (sąsiedztwa). Z definicji wynika, że większość elementów przedstawianych jako punkty w przestrzeni geograficznej połączonych ze sobą, można przedstawić za pomocą grafu, przy czym połączenia mogą wystąpić, ale nie muszą (rys. 2).



Rys. 1 Przykład grafu ogólnego i macierzy sąsiedztwa  
Źródło: opracowanie własne



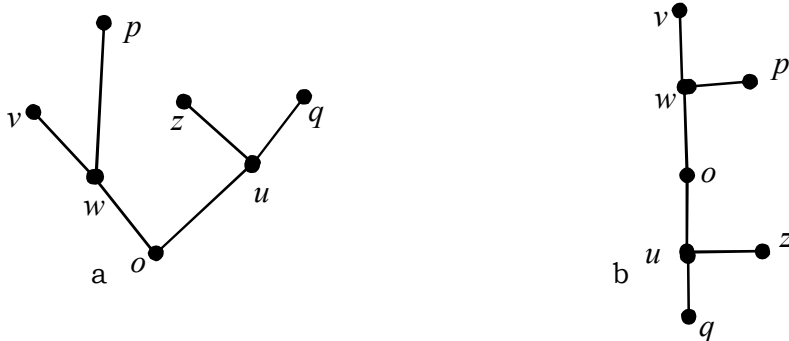
Rys. 2. Graf pełny (A) , graf prosty (B), graf zerowy (C)  
Źródło: opracowanie własne

<sup>2</sup> Palka, Ratajczak, Weltrowska (2001, s. 148) dzielą grafy na matematyczne i geograficzne, w tych drugich wprowadzili metrykę.

Niekiedy krawędziom przypisuje się **wagi**, które mogą być np. odległością metryczną lub czasową między punktami. Zazwyczaj zakłada się, że wagi są nieujemne.

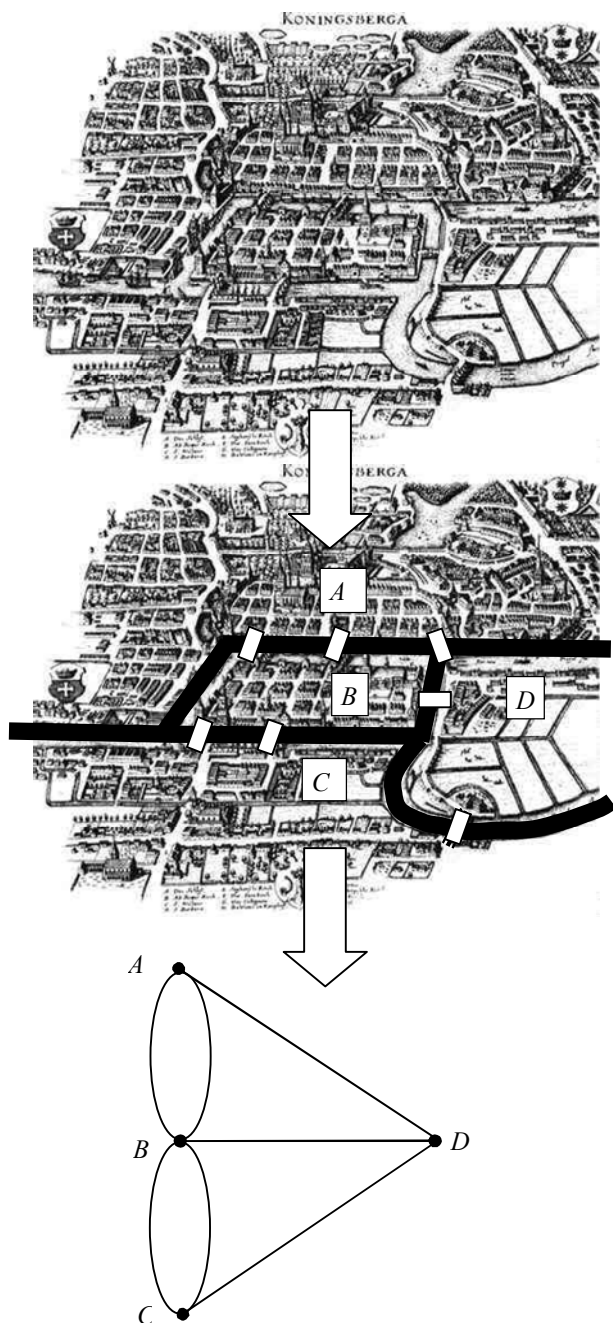
**Graf zerowy** nie ma krawędzi a jedynie wierzchołki, natomiast graf prosty posiada zarówno wierzchołki, jak i co najwyżej jedną krawędź łączącą daną parę wierzchołków. Z kolei graf pełny jest grafem prostym, w którym każda para wierzchołków jest połączona krawędzią (rys. 2). Ciąg krawędzi, które łączą się ze sobą, nazywamy **drogą**, kolejne krawędzie w drodze muszą mieć wspólny wierzchołek, a krawędzie w drogach mogą się powtarzać. Graf składający się z jednego kawałka, w którym dwa dowolne wierzchołki możemy połączyć drogą, nazywamy **grafem spójnym**.

Szerokie zastosowanie ma jeden z typów grafów nazywany drzewem, który jest grafem spójnym, w którym każdą parę wierzchołków można połączyć dokładnie jedną drogą. W drzewie wierzchołki stopnia 1 nazywamy **liśćmi** (na rysunku będą to wierzchołki  $v$ ,  $p$ ,  $z$ ,  $q$ ). Drzewo z wyróżnionym korzeniem jest to drzewo, w którym jest wyróżniony jeden wierzchołek, nazywany **korzeniem** (na rys. 3a będzie to wierzchołek  $o$ , a na rys. 3b będzie to wierzchołek  $q$ ).



Rys. 3. Graf spójny – drzewo  
Źródło: opracowanie własne

Skoro najważniejszymi elementami grafu są wierzchołki i łączące je krawędzie, to nietrudno zauważyć, że wiele zjawisk geograficznych można przedstawić za ich pomocą. Z tego powodu, geografia transportu jako pierwsza wykorzystywała tę teorię. Wprowadzono również pojęcie grafu geograficznego (Ratajczak 1980, Palka, Ratajczak, Wętrowska 2001).



Rys. 4. Mosty królewieckie, przekształcenie problemu w graf Eulera  
Źródło: opracowanie własne na podstawie  
<http://math.youngzones.org/Konigsberg.html>

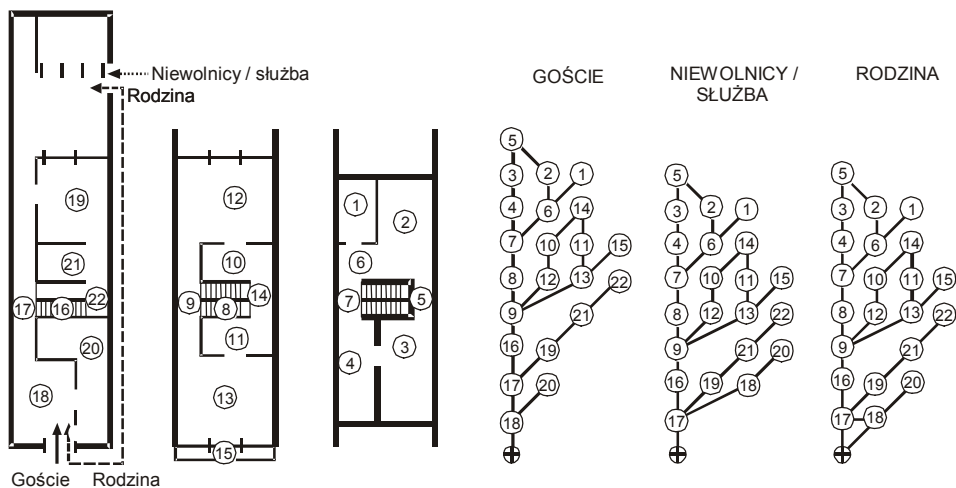
Do rozwiązań metodycznych z zakresu geografii historycznej można zaliczyć słynny matematyczny problem mostów królewieckich. W XVIII w. w Królewcu, leżącym nad rzeką Pregolą, mieszczanie spacerowali po obydwu stronach rzeki i po wyspie Kneiphoff. Do spacerów mieli siedem mostów i z nudów zaczęli zastanawiać się, czy można wyznaczyć taką trasę na spacer, aby można przejść dokładnie jeden raz przez każdy z siedmiu mostów pokazanych na rysunku 4 i powrócić do punktu wyjścia? Nie znalazłszy odpowiedzi, napisali do szwajcarskiego matematyka Leonharda Eulera, zajmującego się m.in. zagadnieniami topologii, który w 1736 r. odpowiedział na ten list i wykazał, że jest to niemożliwe. Euler pokazał, że jest to możliwe wtedy i tylko wtedy, gdy liczba wierzchołków tego grafu, w których spotyka się nieparzysta liczba krawędzi, wynosi 0 lub 2. W Królewcu w tym czasie była nieparzysta liczba wylotów mostów zarówno na każdą z wysp, jak i na oba brzegi rzeki (rys. 4).

Teorię grafów można zastosować do analizy struktury, hierarchii czy relacji między poszczególnymi elementami grafu, a także wskazania etapów kształtowania się tej struktury. W geografii historycznej można znaleźć wiele przykładów, w których informacje geograficzne mają postać punktów, linii lub obydwu tych elementów jednocześnie. Mogą one być rozpatrywane w różnej skali, od struktury budynku po sieć osadniczą

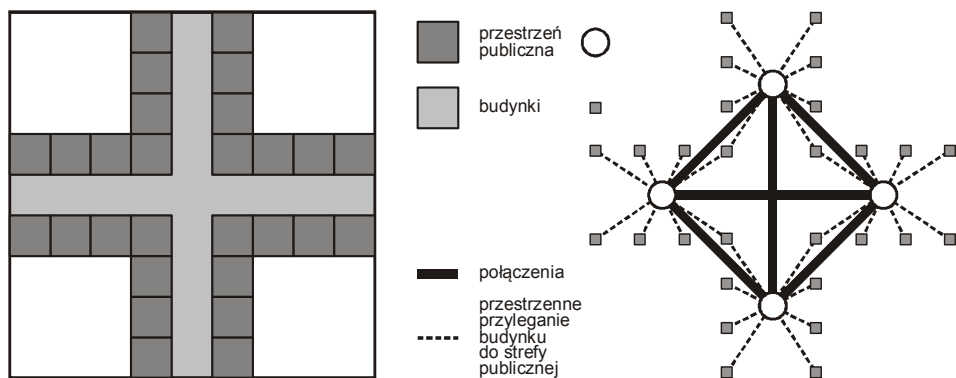
Interesujący przykład przedstawili Trigueiro i Soares de Medeiros (2007), którzy za pomocą grafów zaprezentowali strukturę wewnętrzną i dostępność topologiczną domów kolonialnych, postkolonialnych i współczesnych. Skupili oni swoją uwagę na systemie barier i ograniczonym dostępie, który określony jest przez różne stopnie izolacji między przestrzenią prywatną (domową) i przestrzenią publiczną (ulicą). Zauważyli oni m.in., że w niektórych domach kolonialnych występowała silna izolacja między domem i ulicą. Nawiązywali oni do historii Brazylii, jej domowych zwyczajów, gdzie „dom był patriarchalną twierdzą, w której trzymano kobiety i dobra”. Miało to odzwierciedlenie w strukturze grafu prezentującego dostępność do poszczególnych pomieszczeń (rys. 5).

Relacje między przestrzenią publiczną w miastach a zabudową przedstawili w formie grafu Krafta, Zechlinski i Kokubun (2007), którzy również zauważyli szerokie możliwości wykorzystania grafów w analizie przestrzennej. Jako punkty (*nodes*) proponowali oni uznać skrzyżowanie lub koniec drogi, za segment (*segments*) fragment drogi

między punktami, natomiast oś (*axial line*) mogą reprezentować fragmenty prostej drogi (rys. 6).

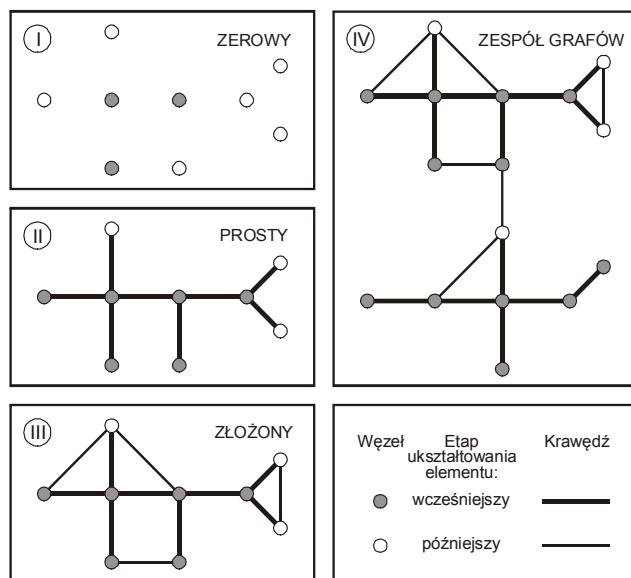


Rys. 5. Układ pomieszczeń i ich dostępność w domach kolonialnych Brazylii  
Źródło: opracowanie za: Trigueiro, Soares de Medeiros (2007)



Rys. 6. Relacje między przestrzenią publiczną a zabudowaną  
Źródło: Krafta, Zechlinski, Kokubun (2007)

Z kolei Zagożdżon (1970) zaproponował zastosowanie metod grafowych do badania struktury morfologicznej osiedli. Można ją analizować w ujęciu historycznym, wskazując proces przekształcania się grafów zerowych  $G_0$  w bardziej złożone (rys. 7).

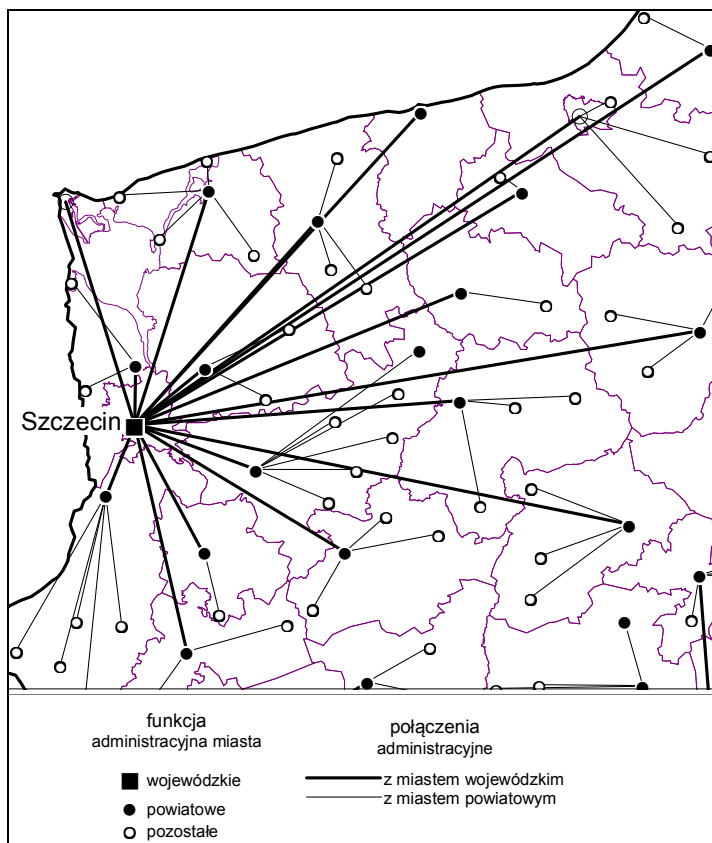


Rys. 7. Etapy kształtowania się struktury grafów  
Źródło: Zagożdżon (1970, s. 339)

Innym zastosowaniem teorii grafów w geografii historycznej jest analiza sieci osadniczej, a w niej np. wskazanie powiązań funkcjonalnych między miastami (rys. 8). Porównanie współczesnych powiązań administracyjnych z historycznymi daje okazję do wskazania tych najbardziej trwałych. W analizie miejskiej sieci osadniczej interesujące są informacje dotyczące wierzchołków, ich stopień – czyli liczba krawędzi wychodzących – może świadczyć o randze miasta w sieci osadniczej. Najwyższe stopnie mają oczywiście korzenie, czyli wierzchołki reprezentujące miasta wojewódzkie, duże zróżnicowanie mają wierzchołki reprezentujące miasta powiatowe.

Ważną rolę w kształtowaniu się sieci osadniczej odgrywała sieć komunikacyjna drogowa i kolejowa. Jej proces rozwoju można prześledzić, korzystając z teorii grafów, gdzie zamiast rzeczywistych połączeń stosuje się uproszczony zapis grafowy, gdyż na tym etapie analizy najważniejsza jest dostępność topologiczna<sup>3</sup> jednostek osadniczych a nie rzeczywisty, często nieregularny przebieg drogi.

<sup>3</sup> Topologia jest to dział matematyki poświęcony badaniu tych właściwości figur geometrycznych, które nie ulegają zmianie przy pewnych przekształceniach, np. przy rozciąganiu (ale bez sklejania czy rozrywania). Odległość topologiczną nie mierzy się w sposób metryczny, ale za pomocą odpowiednich aksjomatów.

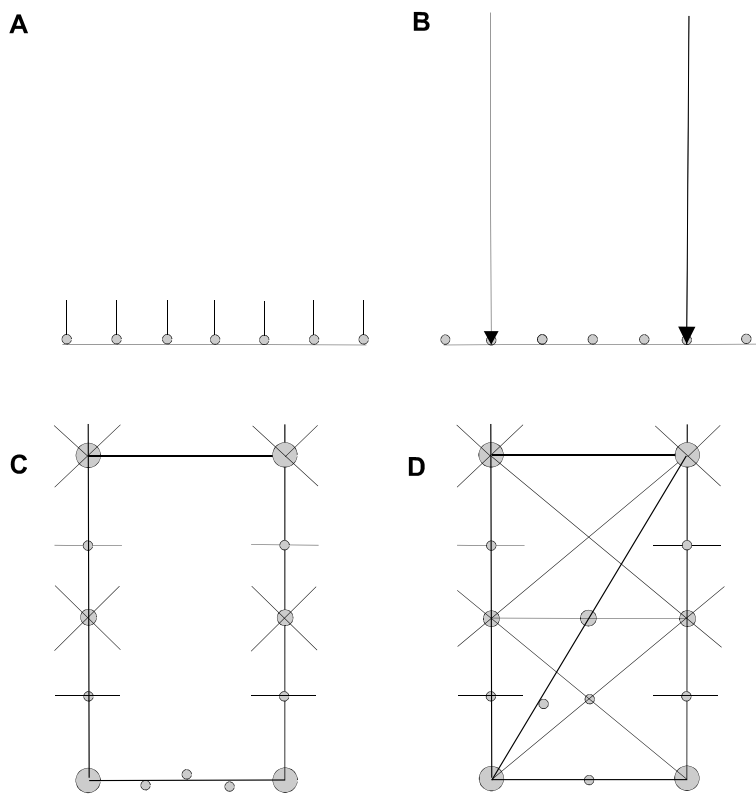


Rys. 8. Zależności administracyjne między miastami przedstawione jako graf z wyróżnionym korzeniem w województwie zachodniopomorskim w 2002 r.  
Źródło: opracowanie własne

Podczas swoich studiów nad siecią transportową Ghany i Nigerii, Taaffe, Morrill i Gould (1963) wykorzystali teorię grafów i skonstruowali model rozwoju systemu osadniczo-transportowego w Afryce kolonialnej. W pierwszej fazie kolonizacji Afryki, która trwała w Nigerii i Ghanie od XV w. do końca XIX w., zakładano małe porty i filie handlowe, które były rozrzucone wzdłuż wybrzeża (rys. 9). Każdy port posiadał własny mały obszar handlowy wewnątrz kraju i słabe kontakty między sobą. W drugiej fazie powstały osie komunikacyjne od niektórych portów w głąb kraju. Powstawały one z trzech powodów. Po pierwsze, aby zapewnić połączenia polityczne i militarne między centrum administracyjnym zlokalizowanym na wybrzeżu z obszarem zarządzanym wewnątrz kraju. Po drugie, aby zbyć eksploatowane



surowce mineralne, jak węgiel kamienny; po trzecie, aby wywieźć artykuły kolonialne. W trzeciej fazie powstały nowe miasta oraz rozwijały się drogi boczne, drugorzędne, powodujące rozbudowę hierarchii miast. W czwartej fazie modelu proces łączenia i koncentracji postępował nadal, a najwyższym priorytetem było powiązanie głównych miast.

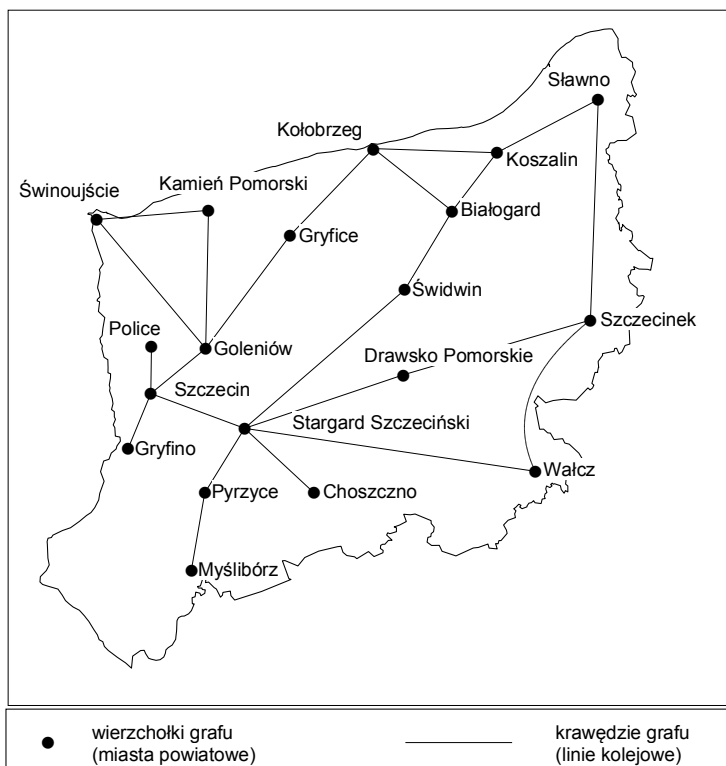


Rys. 9. Proces rozwoju systemu osadniczo-transportowego w Afryce kolonialnej  
Źródło: Taaffe, Morrill, Gould (1963)

W ujęciu historycznym można badać zmiany dostępności topologicznej poszczególnych jednostek osadniczych, a także spójność sieci. Warto skorzystać z wielu propozycji zastosowania teorii grafów w badaniach sieci transportowej, proponowanych w pracach Taylora (1979) oraz Potrykowskiego i Taylora (1982).

Dostępność topologiczną miast powiatowych, czyli sumę odległości z danego węzła do wszystkich pozostałych w sieci, przy wykorzystaniu

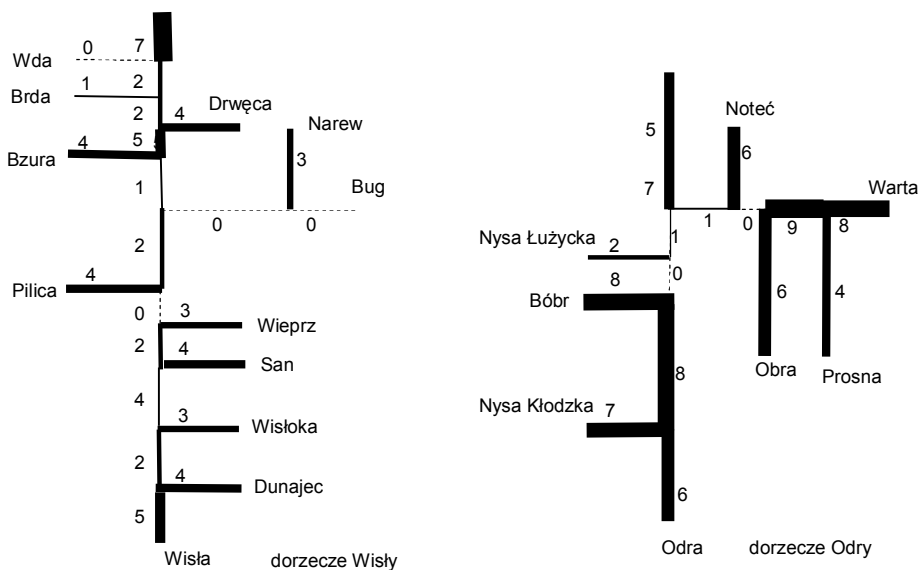
metod grafowych na przykładzie województwa zachodniopomorskiego przedstawił Rydzewski (2001). Wskazał on punkty centralne, peryferyjne sieci, a także przedstawił kompleksową hierarchię miast powiatowych pod względem ich dostępności topologicznej (rys. 10). Na jej układ miały wpływ: oddalenie niektórych ośrodków od pozostałych, niedoskonałości sieci kolejowej i środowisko geograficzne badanego obszaru.



Rys. 10. Sieć kolejowa województwa zachodniopomorskiego w ujęciu grafowym w 1999 r.  
Źródło: Rydzewski (2001)

Za pomocą teorii grafów można poszukiwać odpowiedzi na różne pytania. Jednym z nich może być – jakie znaczenie miały dwie największe rzeki w Polsce Odra i Wisła oraz ich główne dopływy w procesie kształtowania miejskiej sieci osadniczej w Polsce? W tym celu miejską sieć osadniczą przedstawiono w powiązaniu z siecią hydrograficzną (rys. 11) za pomocą grafów, mających postać drzewa

(oddzielnie dla dorzecza Wisły i Odry), a następnie porównano je ze sobą. Krawędzie grafów określono poprzez wagę, przy czym wagą była liczba współczesnych miast lokowanych w XIII–XIV w.



Rys. 11. Graf przedstawiający sieć głównych dopływów Wisły i Odry. Waga krawędzi oznacza liczbę współczesnych miast lokowanych w XIII–XIV w.

Źródło: Jażdżewska (2008)

Badając równocześnie sieć miast i sieć hydrograficzną, warto zwrócić uwagę na współmienność między datą lokacji miasta a rangą rzeki w sieci hydrograficznej. Najstarsze miasta, lokowane w XIII w., były położone przede wszystkim w dolinie rzeki Wisły. Najważniejszym dopływem Wisły, który przyciągał osadnictwo miejskie w średniowieczu, była Drwęca i Dunajec. W XIV w. najwięcej miast powstało również w dolinie Wisły, ale ważne były również: Drwęca, San, Wisłoka, Noteć i Pilica. Najśłabszą rolę odgrywała rzeka Bug, w pobliżu której dopiero w XV w. powstały pierwsze miasta.

W XX w. spośród czterech omawianych rzek najwięcej miast pojawiło się w dolinie Wisły i Sanu. Można stwierdzić, że osadnictwo miejskie w dorzeczu Wisły rozpoczęło się wzdłuż rzeki głównej i rozchodziło po jej dopływach. Najśłabszą rolę w kształtowaniu się miejskiej sieci osadniczej odegrała rzeka Bug.

W dolinach Odry i jej dopływów nie występowała tak mocna współmienność między datą lokacji miast a rangą rzeki, jak w dorze-

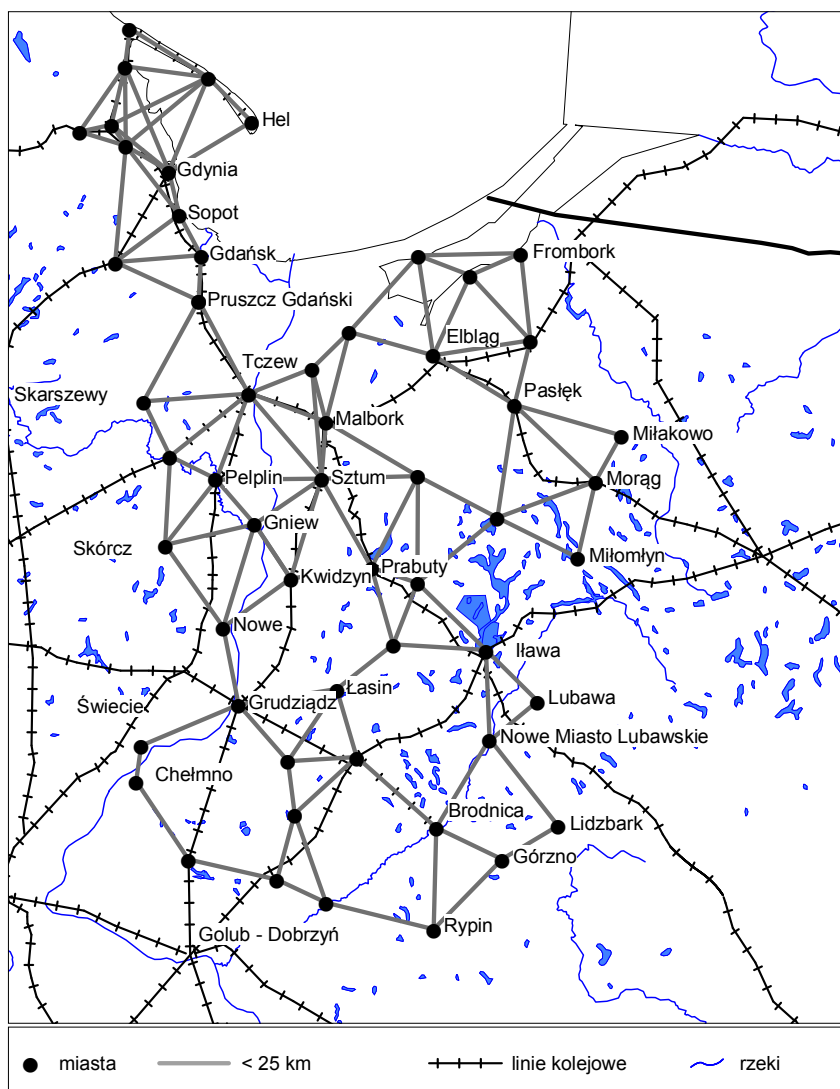
czu Wisły. W dolinie Odry w XIII–XIV w. lokowano 17 miast, ale nad trzykrotnie krótszą Nysą Kłodzką i Bobrem aż 6 i 8. Z kolei nad Wartą, której długość jest zbliżona do długości Odry, istniało w tym czasie już 18 miast. Nie można więc stwierdzić, że osadnictwo miejskie w tej części Polski zaczęło się wzdłuż rzeki głównej i rozchodziło po jej dopływach. Zarówno Warta, Bóbr, Odra, Nysa Kłodzka, Prosna miały równorzędne znaczenie w procesie lokacji miejskich. Jedynie w dolinie Noteci osadnictwo miejskie było opóźnione w stosunku do pozostałych rzek. Okres XVI–XIX w. charakteryzował się znikomą liczbą lokacji w pobliżu omawianych rzek. Dopiero w XX w. lokowano nowe miasta, głównie w dolinach Odry i Warty.

Interesującą metodę do analizy europejskiej sieci miast zaproponowała Moriconi-Ebrard (1993). Wykorzystała w niej średniowieczne odległości *de relais de post (diligance)* między stacjami pocztowymi, w których zatrzymywano się na posiłek, wypoczynek i wymieniano konie. Wynosiła ona ok. 25 km. Metoda ta, zastosowana do historycznej analizy przemian sieci osadniczej Pomorza Gdańskiego w XX w., pozwoliła na wyciągnięcie interesujących wniosków (Jażdżewska 2008).

Pomorze Gdańskie było obszarem wyjątkowym, gdyż przebieg granicy państwowej determinował kształt miejskiej sieci osadniczej w XX w. Do 1918 r. należał on do Niemiec, następnie do Niemiec i Polski, a po 1945 r. wyłącznie do Polski. Po II wojnie światowej miejska sieć osadnicza zmieniała radykalnie swój kształt. Powstała aglomeracja trójmiejska, do której przyłączyła się sieć miast położonych w delcie Wisły. Lecz to nie tylko sieć hydrograficzna, ale również kolejowa była jej osnową. Wzdłuż niej powstawały nowe miasta nad Zatoką Pucką oraz na Mierzei Helskiej, które mocno związały się z aglomeracją trójmiejską. W ciągu 50 lat do sieci miast Pomorza Gdańskiego po jej wschodniej części przyłączyło się kilka miast warmińskich (m.in. Frombork) oraz miasta Pojezierza Brodnickiego (na południu). Obszar, na którym była rozpięta, poważnie zwiększył swoją powierzchnię. Można stwierdzić, że była to jedna z najbardziej dynamicznie rozwijających się w Polsce miejskich sieci osadniczych w XX w., w której wraz ze wzrostem liczby miast zwiększał się również jej zasięg przestrzenny (rys. 12).

Zaprezentowane przykłady nie wyczerpują wszystkich możliwości zastosowania teorii grafów w geografii historycznej, a jedynie mają stanowić inspirację do pogłębienia tego zagadnienia oraz ich wyko-

rzystania. Wiele elementów środowiska geograficznego można przedstawić w postaci dyskretnej (jako punkty) i połączyć je krawędziami. Takie ujęcie przestrzenne jest pierwszym krokiem do zastosowania teorii grafów. Jak wykazali autorzy powyższych przykładów, jej zastosowanie pozwala na wyciągnięcie nowych wniosków, ich usystematyzowanie, a nawet zastosowanie w regionalizacji lub klasyfikacji.



Rys. 12. Miejska sieć osadnicza Pomorza Gdańskiego w 2002 r.  
Źródło: opracowanie własne

## Literatura

- Jażdżewska I., 2008, *Przemiany miejskiej sieci osadniczej w Polsce w świetle metod matematycznych*, Wyd. Uniwersytetu Łódzkiego, Łódź.
- Krafta R., Zechlinski A.P., Kokubun Y., 2007, *Morphometry and Urban Form Description*, [w:] Villaschi J. et al. (eds.), *ISUF XIV International Seminar on Urban Form*, Ouro Preto, Minas Gerais.
- Maik W., 1979, *Zastosowanie metod grafowych do hierarchizacji elementów systemu osadniczego*, [w:] Chojnicki Z. (red.), *Struktura i funkcje układów przestrzenno-ekonomicznych*, Wyd. Naukowe UAM, Seria Geografia, 18, s. 37–43.
- Moriconi-Ebrard F., 1993, *L'urbanisation du Monde, depuis 1950*. Anthipos, Paris.
- Palka Z., Ratajczak W., Weltrowska J., 2001, *Wyznaczanie odległości między grafami*, [w:] Rogacki H. (red.), *Koncepcje teoretyczne i metody badań geografii społeczno-ekonomicznej i gospodarki przestrzennej*, Bogucki Wydawnictwo Naukowe, Poznań, s. 147–158.
- Potrykowski M., Taylor Z., 1982, *Geografia transportu. Zarys problemów, modeli i metod badawczych*, PWN, Warszawa.
- Ratajczak W., 1992, *Dostępność komunikacyjna miast wojewódzkich Polski w latach 1948–1988. Współczesne problemy geografii społeczno-ekonomicznej Polski*, Seria Geografia, 55, Wyd. Naukowe UAM, Poznań.
- Ross K.A., Wright Ch.R.B., 1999, *Matematyka dyskretna*, PWN, Warszawa.
- Rydzewski T., 2001, *Dostępność topologiczna na przykładzie sieci kolejowej województwa zachodniopomorskiego w 1999 r.*, [w:] Rogacki H. (red.), *Koncepcje teoretyczne i metody badań geografii społeczno-ekonomicznej i gospodarki przestrzennej*, Bogucki Wydawnictwo Naukowe, Poznań, s. 159–168.
- Taafee E.J., Morrill R.L., Gould P.R., 1963, *Transport Expansion in Underdevelopment Country. A Comparative Analysis*, „Geographical Review”, 53, s. 503–529.
- Taylor Z., 1979, *Przestrzenna dostępność miejskiego systemu transportowego na przykładzie Poznania*, PAN, Warszawa.
- Trigueiro E., Soares de Medeiros V.A., 2007, *Of Dwellings and Streets that Connect: a Brie Honey-Moon*, [w:] Villaschi et al. (eds.), *ISUF XIV International Seminar on Urban Form*, Ouro Preto, Minas Gerais.
- Wilson R.J., 2000, *Wstęp do teorii grafów*, PWN, Warszawa.
- Zagożdżon A., 1970, *Metody grafowe w badaniach osadnictwa. Ze szczególnym uwzględnieniem morfologii siedlisk*, „Przegląd Geograficzny”, 42 (2), s. 335–348.
- Zagożdżon A., 1979, *Wykorzystanie metod i technik grafowych w analizie struktur przestrzennych*, [w:] *Metody ilościowe i modele w geografii*, PWN, Warszawa, s. 158–169.